Chapitre 14

Mouvements d'un fluide

Paragraphe 1 – Modèle du fluide incompressible

Définition et validité du modèle

Un fluide incompressible est un fluide, c'est-à-dire un liquide ou un gaz, dont la masse volumique ρ est constante.

Il s'agit d'un modèle qui s'applique au fluide quand la température est constante, homogène et si sa vitesse d'écoulement v est petite devant la célérité c des ondes acoustiques qui pourraient s'y propager.

Exemple

Dans l'air, la célérité C_{air} des ondes acoustiques à 20 degré celsius $(20°C)$ et à pression ambiante est égale à 343 mètres par seconde $(C_{air} = 343\ m.s^{-1})$. L'air peut être considéré comme incompressible jusqu'à des vitesses d'écoulement de l'ordre de :

$$v \approx \frac{C_{air}}{10} = 34{,}3\ m.s^{-1} = 123\ km.h^{-1}$$

Poussée d'Archimède

La résultante des forces pressantes exercées sur un corps plongé dans un fluide incompressible au repos de masse volumique ρ est appelée **poussée d'Archimède** et notée $\overrightarrow{\pi_A}$. Elle est égale à l'opposé du poids du fluide déplacé.

Pour un corps ayant un volume immergé V majuscule, l'expression vectorielle de la poussée d'Archimède est :

$$\overrightarrow{\pi_A} = -\rho V \vec{g}$$

avec, en utilisant les unités du **Système international** :

ρ en $kg.m^{-3}$

V en m^3

$g = 9,81\ N.kg^{-1}$, intensité de la pesanteur terrestre.

Remarques

Pour un corps entièrement immergé, son volume propre *V* majuscule indice p (V_p) est égal au volume V majuscule de fluide déplacé : $V_p = V$. Pour un objet flottant à la surface d'un liquide : *V* majuscule indice p est supérieur à V majuscule $V_p > V$.

La poussée d'Archimède est une conséquence de l'augmentation de la pression - et de la force pressante - avec la profondeur dans un fluide incompressible.

Paragraphe 2 – Écoulement d’un fluide

Écoulement d’un fluide en régime permanent

Pour décrire l’écoulement d’un fluide incompressible, on subdivise le fluide en unités appelées particules de fluide, une particule de fluide étant un système fermé de dimensions mésoscopiques.

Vocabulaire

Une particule de fluide a des dimensions **mésoscopiques** (typiquement 0,1 micromètre (μm)), c'est-à-dire qu'elle est petite par rapport à l’échelle macroscopique mais suffisamment grande pour contenir un grand nombre d’entités microscopiques.

Les vecteurs vitesses des particules de fluide sont tangents en tout point à des courbes appelées lignes de champ de vitesse ou lignes de courant. Elles permettent de cartographier le champ de vitesse du fluide.

L’écoulement est en **régime permanent** si la vitesse d’écoulement en tout point ne varie pas au cours du temps.

Éviter les erreurs

Les vecteurs du champ de vitesse ne sont pas associés à des particules mais à des positions dans l’espace. Ainsi, les vitesses différentes ne correspondent pas à la même particule de fluide. On parle de **vitesses locales**.

Conservation du débit volumique

Le **débit volumique** D_v d'un fluide correspond au volume V majuscule de fluide qui traverse une section droite par unité de temps :

$$D_v = \frac{V}{\Delta t}$$

avec, en utilisant les unités du **Système international** :

D_v en mètre cube par seconde ($m^3.s^{-1}$)

V majuscule en mètre cube (m^3)

Δt, la durée en seconde(s), pendant laquelle le volume V majuscule traverse la section droite.

Le volume V majuscule de fluide qui traverse une section droite d'aire S pendant une durée Δt, avec une vitesse d'écoulement v, est contenu dans un cylindre de longueur $L = v \times \Delta t$ et de base d'aire S . Le débit volumique du fluide s'exprime :

$D_v = \frac{v \times S \times \Delta t}{\Delta t}$ = v x S

avec, en utilisant les unités du **Système international** :

D_v en mètre cube par seconde ($m^3.s^{-1}$)

v en mètre par seconde ($m.s^{-1}$)

S en mètre carré (m^2)

Pour un fluide incompressible, le débit volumique est le même en tout point d'un conduit. Si l'aire de la section droite du conduit change, la relation suivante, appelée équation de continuité, est vérifiée : $D_{v1} = D_{v2}$ ce qui est équivalent ($\Leftrightarrow$) à :

$$v_1 \times S_1 = v_2 \times S_2$$

Relation de Bernoulli et effet Venturi

Quand les frottements sont négligeables, l'écoulement d'un fluide incompressible de masse volumique rho (ρ) constante, en régime permanent, vérifie la **relation de Bernoulli** entre deux points M_1 et M_2 :

$$P_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \rho g z_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

avec, en utilisant les unités du **Système international** :

les pressions P_1 et P_2 , en Pascal (Pa)

ρ en kilogramme par mètre cube $(\mathrm{kg.m^{-3}})$

z_1 et z_2 les altitudes en mètre (m)

v_1 et v_2 les vitesses d'écoulement du fluide en mètre par seconde $(\mathrm{m.s^{-1}})$

$g = 9{,}81\ \mathrm{N.kg^{-1}}$, l'intensité de la pesanteur terrestre

Cette relation résulte d'un bilan d'énergie volumique. Elle s'applique pour des points sur une même ligne de courant, ou pour tous les points au sein du fluide si l'écoulement est non tourbillonaire (irrotationnel).

Remarques

La relation de Bernoulli peut s'écrire sur une ligne de courant :

$$P + \rho g z + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{constante} = \text{cste}$$

La pression statique, $P + \rho g z$, résulte de la loi fondamentale de la statique des fluides.

La pression dynamique, $\frac{1}{2}\rho v^2$, est liée à la force pressante qui s'applique sur un corps maintenu immobile dans un écoulement de fluide à la vitesse v.

Histoire des sciences

Daniel Bernoulli (né en 1700, mort en 1782) est un médecin, physicien et mathématicien suisse. La publication d'Hydrodynamica retranscrit ses travaux sur les fluides.

Loi fondamentale de la statique des fluides

Pour un fluide au repos ($v_1 = v_2 = 0$), on retrouve la loi fondamentale de la statique des fluides étudiée en Première : $P_2 - P_1 = \rho g(z_1 - z_2)$.

Si $z_2 > z_1$, alors $P_2 < P_1$.

Effet Venturi

Pour un écoulement horizontal ($z_1 = z_2$), l'équation de Bernoulli devient :

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \Leftrightarrow P_2 - P_1 = \frac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2)$$

Si $v_2 > v_1$, alors $P_2 < P_1$.

C'est le cas quand un fluide incompressible s'écoule dans un étranglement.